***Муниципальное общеобразовательное учреждение***

***Влазовичская средняя общеобразовательная школа***

***Суражского района Брянской области***

**Разработка элективного курса по теме**

**«Функция: просто, сложно, интересно»**

**Разработал учитель математики Влазовичской СОШ: Мехедов Игорь Сергеевич**

**2007 год**

**Разработка элективного курса по теме «Функция: просто, сложно, интересно»**

Пояснительная записка

С каждым годом все более возрастают требования к умственной деятельности людей. Поэтому, в настоящее время традиционный взгляд на состав предметов, изучаемых школьниками, пересматривается и уточняется. Вводятся новые предметы, специальные курсы и факультативы. Одним из таких специальных курсов в предпрофильных классах может быть курс "Функция: просто, сложно, интересно". Начиная с 7 класса в центре внимания школьной математики находится понятие функции. Однако размеры школьного учебника, количество часов, выделяемых на изучение темы «Функция» в разных классах, не позволяет показать в сколько-нибудь полном объеме все многообразие задач, требующих для своего решения функционального подхода, научить учащихся глубоко понимать и использовать свойства функции; нет времени изложить историю возникновения этого интереснейшего раздела в школьном курсе математики.

Данная программа предполагает, прежде всего, наполнение курса разнообразными, интересными задачами школьной программы, овладение основным программным материалом на другом, более интересном уровне. Более того, так как программа состоит из нескольких тем, являющимися поддержкой школьного курса, то ученик может начать посещать занятия с любой темы. Состав учащихся спецкурса не статичен, а подвижен.

Для поддержания и развития интереса к спецкурсу на первых занятиях включены в процесс обучения занимательные задачи. Это важно на данном этапе предпрофильных классов, когда интерес учащихся ещё недостаточно устойчив. На последующих занятиях возрастает роль теоретических знаний, становятся весьма значимыми такие их качества, как системность и обобщённость. В связи с тем, что в 9 классе занимаются ученики с разным уровнем подготовки, в процесс обучения нужно использовать дуфференцированный подход, способствующий реализации возможностей каждого из них.

Большая роль отведена самостоятельной математической деятельности – решению задач, проработке теоретического материала, составлению собственных заданий, в процессе чего учащиеся должны учиться производить выбор, доказывать, отстаивать собственную точку зрения.

Курс «Функция: просто, сложно, интересно» позволит углубить знания учащихся по истории возникновения понятия, по способам задания функций, их свойствам, а также раскроет перед школьниками новые знания о преобразовании графиков функций, выходящих за рамки школьного курса.

Цель: создание условий для обоснованного выбора учащимися профиля обучения в старшей школе через оценку собственных возможностей в освоении математического материала на основе расширения представлений о свойствах функций, преобразовании графиков.

Задачи:

* закрепление основ знаний о функциях и их свойствах;
* расширение представлений о свойствах функций, их преобразовании;
* вовлекать учащихся в игровую, коммуникативную, практическую деятельность как фактор личностного развития для оценки своего потенциала с точки зрения образовательной перспективы.

Курс предназначен для учащихся 9 классов средних общеобразовательных учреждений, реализующих предпрофильную подготовку. Он рассчитан на 11 часов аудиторного времени.

Формой итоговой аттестации являются исследовательская деятельность, подготовленная в виде презентации, реферата, проекта и т. д.

Требования к усвоению курса.

Учащиеся должны знать:

– понятие функции как математической модели, описывающей разнообразие реальных зависимостей;

– определение основных свойств функции (область определения, область значений, четность, возрастание, экстремумы и т.д.);

Учащиеся должны уметь:

– правильно применять функциональную терминологию;

– исследовать функцию и строить ее график;

– находить по графику функции ее свойства;

– выполнять геометрические преобразования графиков функций.

**Тематическое планирование учебного материала**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Тема | Кол-во  часов | Технология реализации |
| 1. | Историко-генетический подход к понятию функция | 1 | Презентация, групповая работа |
| 2. | Проверка владения базовыми умениями, знаниями | 1 | Тестирование, групповая работа |
| 3. | Способы задания функции | 1 | Групповая работа, практикум, беседа |
| 4. | Свойства функции:  четные и нечетные функции,  монотонность функции | 2 | Метод проектов, практикум |
| 5. | Исследование функций элементарными способами | 1 | Беседа, практикум, тестирование |
| 6. | Геометрические преобразования графиков функций (параллельный перенос, растяжение и сжатие, отображение относительно осей). | 2 | Презентация, практика на компьютерах |
| 7. | Функционально-графический метод решения уравнений | 1 | Беседа, практикум |
| 8. | Функция: просто, сложно интересно | 1 | Исследовательская деятельность |
| 9. | Функция: просто, интересно, сложно | 1 | Исследовательская деятельность, тестирование, анкетирование |

**Занятие 1**

**Историко-генетический подход к понятию функция**

Цель: раскрыть сложный исторический путь понятия «функция»; вызвать чувство сопричастности к поиску информации.

Ход занятия

На данном занятии надо рассказать о целях изучения курса. Объяснить, что в конце курса учащимся необходимо будет подготовить проект и его защитить. Проект представляет собой вариант заданий, которые учащиеся выбирают по выбору. Задания вывешиваются на стенд и в процессе изучения курса происходит уточнение каждого задания, его пояснение. На стенд вывешивается конверт, в который учащиеся могут вложить разного рода материал, составленные задания и т.д.

Задания проекта: выберите одну из предложенных тем. Вам необходимо раскрыть ее по следующему плану:

1. Теоретические аспекты темы.

2. Практическое применение (самостоятельно подготовить около 3-4 вариантов заданий).

3. Вывод (Почему эту тему выбрали? Что интересного удалось самому найти по теме? Полезным оказалось ли посещение курса? Что дал тебе этот курс?).

Форма выполнения может быть разной: презентация, реферат, какие-то заметки в Word (использование видеопроектора).

Кроме того, учащиеся могут объединяться в группы.

Темы:

1. Способы задания функции.

2. Свойства функции.

3. Исследование функций элементарными способами.

4. Геометрические преобразования графиков функции.

5. Функционально-графический метод решения уравнений.

1. Работа над историческим материалом.

Выступление учащихся с исторической справкой о появлении понятия функции в математике.

Учащиеся делятся на две равносильные группы. Каждая группа получает материал с исторической справкой по теме (содержание материала каждой группе разное). Группе необходимо изучить материал (варианты материалов представлены в приложении3), выделить основное и представить главный материал в виде презентации. А также составить по 3 задания по своему материалу.

2. Выступление учащихся с исторической справкой о появлении понятия функции в математике.

Учитель собирает подготовленные задания, проверяет их, готовит для использования на этапе закрепления.

3. Решение задач, предложенных учителем и подготовленных учащимися.

Варианты заданий представлены в приложении 3.

4. Домашнее задание.

Попробуйте придумать различные степени интенсивности качеств по Оресму, например, у костра жарче, чем у свечи, подготовить какие-то творческие задания по данному материалу.

Повторите теоретический материал по теме «Функция».

5. Оценка.

У: Свою работу вы будете оценивать на каждом уроке сами. Для этого вам нужно построить следующую систему координат, в которой будет появляться график функции, отождествляющий ваш успех.

Успешность

Номер занятия

нейтрально, нет успеха, успех.

А для всего класса будем отмечать вместе.

Успешность

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

**Занятие 2**

**Проверка владения базовыми знаниями, умениями**

Цель: проверка и актуализация базовых знаний, умений.

Ход занятия

1. Проверка домашней работы.

Каждый учащийся по очереди выходит к доске и предлагает подготовленное задание, одноклассники высказывают свои замечания, дают оценку.

2. Актуализация знаний.

Сначала можно предложить ребятам карточки, по которым они определяют свой уровень по теме «Функция». Учащиеся распределяются по группам, группы разноуровневые.

думаю, что хорошо знаю и умею

есть сомнения

затрудняюсь

На карточках записаны формулировки заданий, а на обратной стороне само задание (те учащиеся, которые хорошо знают и умеют являются консультантами по данному вопросу. Учащиеся, у которых есть сомнения, затруднения могут консультантам задать вопросы по формулировки задания и его решению).

1. Могу ли я по формуле функции сказать, каким является ее график.

Например, графиком функции вида является

.

2. Могу ли я найти область определения функции.

Например, областью определения линейной функции является \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_;

Область определения функции  является \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_;

Область определения функции  является \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_;

Приведите аналогичные примеры.

3. Могу ли я определить, графику, какой функции принадлежит точка с координатами.

Например, графику функции  принадлежат точки \_\_\_\_\_\_\_\_\_, не принадлежат точки \_\_\_\_\_\_\_\_.

Графику функции \_\_\_\_\_\_\_\_\_ принадлежат точки \_\_\_\_\_\_\_\_\_, не принадлежат точки \_\_\_\_\_\_\_\_.

4. Могу ли я найти точки пересечения графиков функций.

Например, \_(формула функции)\_\_\_\_\_\_ и \_\_\_(формула функции)\_.

5. Могу ли я находить точки, симметричные данным относительно оси

ординат (начала координат, оси абсцисс).

Например, точке А (\_ , \_ ) симметрична точка А/( \_ , \_ ) относительно

оси ординат;

оси абсцисс;

начало координат.

Затем предлагается конверт с тестами. Конверты трех видов: думаю, что хорошо знаю и умею; есть сомнения; затрудняюсь.

3. Тестирование

Каждый ученик выбирает для себя конверт с тестом определенного уровня сложности. (Тесты представлены в приложении 2).

В процессе этой работы учитель может для себя заполнить следующую таблицу:

Таблица 1

Ф.И. учащегося\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Тип заданий | Ответ до теста | Результат теста | Вывод для себя |
| Могу ли я по формуле функции сказать, каким является ее график |  |  |  |
| Могу ли найти область определения функции |  |  |  |
| Могу ли я определить графику, какой функции принадлежит точка с координатами |  |  |  |
| Могу ли я найти точки пересечения графиков функций |  |  |  |
| Могу ли я находить точки, симметричные данным относительно оси ординат (начала координат, оси абсцисс) |  |  |  |

4. Домашнее задание.

Повторить материал по теме «Способы задания функции». Подготовить вопросы, которые хотели бы подробнее рассмотреть.

5. Оценка.

У: Как вы оцениваете работу класса в целом? Почему?

Оцените свою работу.

**Занятие 3**

**Способы задания функции**

Цель: повторить и углубить знания о способах задания функций; осуществить эвристические пробы по переходу от одного способа к другому.

Ход занятия

1.Изучение нового материала.

(Используется прием, когда ученики выступают в роли учителя).

Задать функцию f – значит, указать ее область определения D(f), множество значений E(f) и множество пар (х; f(x)). Поскольку во многих случаях D(f) и E(f) находятся из множества пар (x; f(x)), то достаточно каким-то способом задать эти пары.

Табличное задание функции – частный случай задания функции с помощью пар; таблица – это особая форма записи пар, первые компоненты которых записаны в одном столбце (одной строке), а вторые – в другом.

Например,

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| х | 1 | 2 | 3 | 4 |
| f(x) | 12 | 6 | 4 | 3 |

D(f) = {1;2;3;4}

E(f) = {12;6;4;3}.

Ясно, что табличный способ находит свое применение в практике, те же таблицы Брадиса.

Пример 1. Дальность полета вертолета S (км) задана таблицей:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Марка вертолета | Ми-4П | Ми-6 | Ми-8 | Ка-18 | Ка-26 |
|  | 740 | 810 | 650 | 400 | 304 |

Задает ли таблица функцию? Числовую функцию? Что в таблице принято за значения аргумента?

Пример 2. Найдите D(f) и E(f). Является ли заданная в таблице функция – числовой. Результаты измерений сопротивления *r (Ом)*  медного стержня при различных значениях температуры *t (0С)* представлены в таблице:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *t* | 19,1 | 25,0 | 30,1 | 36,0 | 50,0 |
| *r* | 76,3 | 77,8 | 79,75 | 80,80 | 85,10 |

Графическое задание функции. Графиком функции y = f(x) называется изображение на координатной плоскости множества пар {(x;y), y = f(x), где хD(f)}.

Для того чтобы множество точек координатной плоскости являлось графиком некоторой функции, необходимо и достаточно, чтобы любая прямая, параллельная оси Оу, пересекались с указанным графиком не более чем в одной точке.

Пример 1. На рис. 1 изображены графики тормозного пути автомобиля на сухом (А), мокром (В) асфальте и в гололед (С).

1) при каких условиях удлиняется тормозной путь при каждом состоянии асфальта при скорости 50 км/ч?

2) каков примерно тормозной путь при каждом состоянии асфальта при скорости 50 км/ч?

3) какую скорость следует выбрать для безопасного движения:

а) на мокром асфальте; б) в гололед.

*м*

160 С

В

А

80

40 рис.1

20 40 60 80 100 120 *км/*

Пример 2. На рисунке 2 изображен график изменения суммы денег (S) на счету некой фирмы (в условных единицах) в течение одного года. Ответьте на вопросы:

1) можно ли выразить зависимость величины S от времени t в течение первых четырех месяцев с помощью линейной функции?

2) верно ли, что скорость изменения величины S оставалась в течение первых четырех месяцев неизменной?

3) можно ли найти какие-либо четыре месяца такие, что можно выразить зависимость величины S от времени t в течение этих месяцев с помощью линейной функции?

Сумма денег, *усл. ед.*

5

3

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

время, *месяцы*

рис. 2

Аналитический способ задания функции.

Функция может быть задана в виде формулы y = f(x), где переменная x – элемент множества значений аргумента, а переменная у – соответствующее значение функции.

Большинство функций, заданных формулами, пришло из решения конкретных задач.

Например, в листе жести прямоугольной форму (длина сторон *а* = 600 *мм,* *b* = 440 *мм*) нужно вырезать прямоугольное отверстие, площадь которого *S* = 800 *см2*, а края должны быть на одинаковом расстоянии от краев листа. Вычислите это расстояние.

Решение:

Пусть искомое расстояние х мм, тогда *S = (a - 2x)(b - 2x),*

*S = 4x2 - 2(a + b)x + ab*, при данных *a* и *b.*

*S(x) = 4x2 - 2000x +240000*. Функция у = *S(x)* задает формулу для решения всех задач такого типа.

Если подставить *S*, то найдем искомое *х,* решив уравнение:

80000 = 4х2 - 2000х + 24000

х1 = 100

х2 = 400.

Очевидно, что 400 *мм* не удовлетворяет условию.

Ответ: 100 *мм*

Пример 1. Задайте формулой функции, заданные табличным способом:

а)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| х | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| у | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 |

б)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| х | -2,5 | -2 | -1,5 | -1 | -0,5 | 0 |  |
| у | 6,25 | 4 | 2,25 | 1 | 0,25 | 0 |  |

Пример 2. Для следующей ситуации запишите требуемую формулу и ответьте, задает ли она линейную функцию.

В баке содержится 10 *л* воды. Каждую минуту в бак поступает еще 4 *л.* Объем воды в баке через *t* (мин) равен *V* (л). Составьте формулу, выражающую *V*  через *t (t10).*

2. Решение задач.

1. Для регулирования объема воды в бассейне поставлены две одинаковые трубы. Сначала в течение 30 мин с помощью обеих труб воду заливали в бассейн, потом одну из труб выключили (на 10 мин), затем включили ее на откачивание воды (на 5 мин). Нарисуйте график, показывающий, как мог меняться объем воды в бассейне.

2. На рисунке 3 изображен график, показывающий процесс вывоза зерна из хранилища. Ответьте на вопросы:

а) сколько тонн зерна стало в хранилище через 3 ч?

б) увеличилось ли в рассматриваемый период количество зерна в хранилище? Если да, то за сколько времени?

в) прерывался ли процесс освобождения хранилища от зерна? Если да, то, на какое время?

г) с постоянной ли скоростью шел процесс уменьшения количества зерна в хранилище в течение последних трех часов? Если нет, то когда эта скорость была наибольшей?

Количество зерно, *m*

50

30

рис.3

10 1 2 3 4 5 6 7 8 9 время,

3. Паром дважды в сутки плывет по озеру из пункта А в пункт В и возвращается обратно. График на рисунке 4 показывает, как меняется расстояние между паромом и пунктом А во время движения. Используя график, ответьте на вопросы:

1) В каком из четырех рейсов паром проплывал свой путь быстрее всего?

2) Какова была скорость парома (в *км/ч*) при первом возвращении из В в А?

Расстояние до пункта А*, км*

8

6

4 рис.4

2 20 40 60 80 100120 160 200

t*, мин*

4. Пешеход вышел из дома и пошел по прямолинейному шоссе, делая иногда привалы. На рисунке 5 изображен график его движения. По горизонтальной оси откладывается время движения, по вертикальной – расстояния от пешехода до точки начала движения. Выразите формулами зависимость его скорости от времени. Постройте график его скорости.

*S, км*

12

6

4 1 2 3 4 5 *t, ч*

рис.5

5. Пешеход вышел из дома и шел по прямолинейному шоссе в одном направлении со скоростью 4 км/ч. Через 3 ч он сделал часовой привал, а потом продолжал свой путь еще в течение 3 ч. Путь, пройденный им за t (ч), равен S (км). Составьте формулу, выражающую S через t.

6. Беря лодку на прокат, нужно заплатить 50 рублей и затем за каждый полный или неполный час платить еще по 20 рублей. Постройте график зависимости проката лодки от времени прогулки. Придумайте сами аналогичную задачу.

3. Итог.

В: С какими способами задания функции познакомились?

О: Табличный способ, графический, аналитический.

В: Какая информация о данных способах задания функции оказалась для вас особенно интересной? Почему?

О:

4. Домашнее задание.

Составьте 2-3 задачи по любому из способов, решите их.

Обратить внимание учащихся на то, что данная тема входит в список тем проекта.

5. Оценка.

**Занятие 4**

**Четные и нечетные функции**

Форма занятия: метод проектов

Цель: сформировать понятие четности и нечетности функций; научиться определять и использовать эти свойства.

Ход занятия

1. Проверка домашнего задания.

Перед занятием учащиеся вывешивают свои задания на доску, на занятии учащиеся 2-3 минуты изучают предложенные задания, выбирают те задания, которые им интересно было бы решить. Решают их, в случае затруднения обращаются к автору задания, учителю.

В конце можно подвести итог:

– Я хочу сказать спасибо …….. , за его задание. Оно ……… .

2. Изучение нового материала.

Прием метод проектов (предлагает материал по данной теме 1 группа).

Рассмотрим функцию f(x) = х2. Эта функция определена на множестве R действительных чисел и обладает свойством f(-3) = f(3), f(-5) = f(5), то есть вообще f(x) = f(x) для любого хR. Область определения функции симметрична относительно нуля. Такие функции называются четными.

Определение: Функция f, заданная на множестве X, называется четной, если область ее определения симметрична относительно нуля и для любого значения аргумента х верно равенство f(-x) = f(x).

Таким образом, выполнение равенства f(-x) = f(x) означает, что для любого хХ и -хХ, то есть область определения четной функции есть множество, симметричное относительно нуля. Значит, если функция на несимметричном относительно О множестве, то она не является четной.

Отсюда следует такое правило.

Алгоритм выяснения четности функции:

1. Найти D(f).

2. Выяснить, симметрична ли D(f) относительно О.

3. Выяснить, выполняется ли равенство f(-x) = f(x).

Например. Исследуйте на четность функцию

h(x) = (3x - 4)2 + (3x + 4)2

1. D(h) = R.

2. D(h) симметрична относительно О.

3. h(- x) = (-3x - 4)2 + (-3x + 4)2 = (-(3x + 4))2 + (-(3x - 4))2 = (3x + 4)2 + (3x - 4)2 = h(x) – функция h четная.

Докажем, что график четной функции симметричен относительно оси ординат.

Доказательство:

Пусть (х0; у0) – произвольная точка графика G четной функции f c область определения X. Тогда у0 = f(х0), но и f(-х0) = у0, то есть точка

(-х; у0) G. Но точки (х0; у0) и (-х; у0) симметричны относительно оси Оу. Значит, вместе с каждой своей точкой (х0; у0) график G четной функции содержит и симметричную относительно оси Оу ей точку, то есть график четной функции симметричен относительно оси ординат.

Это свойство графика четной функции находит свое отражение в задачах.

Например.

1. Построить график функции у = f(x), если известно, что f – четная функция и задана часть графика для х0 (см. рис.6).

у

рис.6

1

-1 1

2. Среди функций найдите четную функцию.

у у

1

-1 0 1 х а) х б)

у

в)

х

у

-1 0 1 х г)

рис.7

Рассмотрим теперь функцию g(x) = х3 - 4х и сравним ее значения при двух противоположных значениях аргумента, например при х = 5 и х = -5:

g(x) = 53 -4\*5 = 125 - 20 = 105,

g(x) = (-5)3 -4\*(-5) = -125 + 20 = 105.

Мы видим, что g(-5) = -g(5). Эта функция принимает противоположные значения и при любых других противоположных значениях аргумента.

Действительно, g(-x) = (-x)3 - 4(-x) = = -x3 + 4x = -(x3 - 4x),т. е. g(-x) = -g(x).

При этом область определения функции g симметрична относительно нуля.

Функции, обладающие такими свойствами, называют нечетными функциями.

Определение: Функция *g*, заданная на множестве *X*, называется нечетной, если область ее определения симметрична относительно нуля и для любого значения аргумента *х*  верно равенство *g(-x) = -g(x).*

Алгоритм выяснения нечетности:

1. Найти *D(g).*

2. Выяснить, симметрична ли *D(g)* относительно *О.*

3. Выяснить, выполняется ли равенство *g(-x) = -g(x).*

Пример. Доказать, что g(х) =  – нечетная.

1. Найти *D(g) = R.*

2. *D(g)* – симметрична относительно О.

3. *g(-x)* =  *- g(x).*

Пример.

На рисунке 8 изображена часть графика некоторой функции, область определения которой – промежуток [-2;2]. Постройте график функции, зная, что она является нечетной функцией.

у

1

-1 0 1 х

рис.8

Рассмотрим свойства четных и нечетных функций.

1. Пусть f - функция, заданная на множестве (-a;a), где a – некоторое положительное число или знак ∞, принимает положительные значения при х(0;a).Тогда:

а) если f – четная функция, то при х(-a;0) значения ее положительны;

б) если f – нечетная функция, то при х(-a;0) значения ее отрицательны.

Это следует, например, из симметрии графиков.

Заметим, что не всякая функция является четной или нечетной. Например, каждая из функций у = 3х + 1, у = х4 + х, у = , у = (х - 1)2 не является ни четной, ни нечетной.

3. Решение задач.

Задание 1. Докажите, что функция f – четная, а функция g – нечетная,

если:

а) f(х) = 8х2 -9; г) g(x) = 7x7-77;

б)f(x) = ; д) g(x) = .

в) f(х) = (х-1)2 + (х+1)2;е) g(x) = (x-9)2 – (x+9)2.

2. Исследуйте на четность функцию:

а) f(x) = x7+ x -1; б) f(x) = ; в) f(x) =;

г) f(x) = ; д) f(x) = 3x; е) f(х) = .

Задание 3. Известно, что *f* – четная функция и *f*(-5) = 9,

*f*(4) = 12, *f*(x0) = 2. Найдите: *f*(5), *f*(-4), *f*(-x0).

Задание 4. Известно, что *g* –нечетная функция и *g*(5) = -5, *g*(12) = 3, *g*(-x0) = 7. Найдите: *g*(-5), *g*(-12), *g*(x0).

Задание 5. Докажите, что если график функции *f*:

а) симметричен относительно оси *У*, то *f* – четная функция;

б) симметричен относительно начала координат, то *f* – нечетная функция.

Задание 6. Значение выражения 1,8х4 - 19х2 + 25 при х = - равно 13,57728. Найдите значение этого выражения при х = 0,8.

Задание 7. Постройте график функции, используя свойства четной или нечетной функции (сначала постройте часть графика для положительных значений аргумента, а затем для отрицательных):

а) f(x) = ; в) у = ;

б) f(x) = x; г) у = .

Задание 8.

Постройте график четной функции, если при *х*0 ее значения могут быть найдены по формуле:

а) *f*(x) = х-2; б) *f*(x) = x2 - 6x + 9; в) *f*(x) = 1+.

Здание 9. Постройте график нечетной функции *g*, если при *х*0 ее значения могут быть найдены по формуле:

а) g(x) = 2x2; б) g(x) = -х2 + 2х; в) g(x) = .

Задание 10. При каком условии линейная функция

у = kx + b является:

а) нечетной; б) четной.

Задание 11. Существуют ли такие значения коэффициентов *a*, *b, c*, при которых квадратичная функция у = ах2 + bx+с является четной функцией?

Задание 12. Известно, что *f* и *g* – четные. Является ли четной функция:

а) у = *f*(x) + g(x); в) у = *f*(x)\*g(x);

б) у = *f*(x) - g(x); г) у = .

Задание 13. Известно, что *f* и *g* – нечетные. Является ли нечетной функция:

а) у = *f*(x) + g(x); в) у = *f*(x)\*g(x);

б) у = *f*(x) - g(x); г) у = .

Задание 14. Исследуйте на четность функции:

а) f(x) = (х+2)(х+3)(х+4)-(х-2)(х-3)(х-4);

б) f(х) = (х-5)8\*(х+11)11 + (х+5)8\*(х-11)11;

в) g(x) = (х-6)9\*(х+3)5+(х+6)9\*(х-3)5;

г) .

4. Домашнее задание.

Составляют свои задания по теме, а 2 группа готовит по методу проектов материал по теме «Монотонность функции».

5. Оценка.

**Занятие 5**

**Монотонность функции**

Цель: закрепить понятие «возрастание», «убывание» функции; научится находить промежутки монотонности по графику и формулам.

Ход занятия

1. Проверка домашнего задания.

Работа в парах: обсуждают подготовленные задания и их решение. От пары нужно выбрать одно задание на конкурс и представить, в какой номинации оно представлено:

– интересное содержание задания;

– самое короткое решение;

– нестандартные рассуждения при решении;

– содержит новые факты и т.д.

Предложенное задание отправляется в конверт на стенд, те учащиеся, которые выберут данную тему могут воспользоваться этим материалом.

2. Актуализация знаний.

у

1

-5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 х

-1

рис. 9

У: Каждый учащийся получает две карточки, на каждой из которых написаны буквы: «в», «н». Учитель задает вопросы, а учащиеся, если согласны поднимают карточку с буквой «в», противном случае – «н».

Вопросы:

1. График функции убывает на промежутке [-1;3].

2. График функции возрастает на промежутке (-4;-1).

3. Областью определения функции является промежуток [-4;6].

4. Область значения функции является промежуток [-3;2].

5. На промежутке (-3,1;0,6) (4,9;6] функция принимает положительные значения.

6. На промежутке (-4;-3,1)(0,6;4,9) функция принимает отрицательные значения.

7. Наименьшее значение функции равно -3.

8. Наибольшее значение функции равно 4.

9.Функция является нечетной.

Если учащийся поднимает неверно карточку, учитель просит его провести рассуждения вслух, не обязательно каждый раз спрашивать ученика, который неверно поднял карточку.

3. Изучение нового материала.

Прием метод проектов (материал излагает 2 группа).

Рассмотрим график функции

у

1

-3 -2 -1 0 1 2 3 4 х

-1

рис. 10

По графику функции видно, что D(f):[-3;5,2], E(f):[-2;3].

На множестве [-3;3] с возрастанием аргумента, возрастают и значения функции.

На множестве [3;5,2] с возрастанием аргумента значения функции убывают.

Определение: Функция f называется возрастающей на множестве X, если большему значению аргумента из этого множества соответствует большее значение функции.

Функция f называется убывающей на множестве X, если большему значению аргумента из этого множества соответствует меньшее значение функции.

Иначе эти определения формулируются так: функция f называется возрастающей на множестве X, если для любых двух значений аргумента х1 их2 множества X, таких, что х2> х1 , выполняется неравенство f(х2) > f(x1).

Очевидно, что для убывающей на Х функции из условия х2> х1  следует f(х2) < f(x1).

Изучая график рисунка 9, можно прийти к выводу, что наиболее «заметными» точками области определения являются такие точки х, в которых возрастание функции сменяется убыванием (точка 3) или, наоборот, убывание сменяется возрастанием. Эти точки называют соответственно точками максимума (хmax = 3) и минимума (хmin).

Функция, возрастающая на множестве Х или убывающая на этом множестве называется монотонной на множестве Х.

Свойства монотонности функций

Свойство 1. Монотонная функция каждое свое значение принимает лишь при одном значении аргумента.

Доказательство:

Допустим, что это утверждение неверно, то есть существует

f(х2) = f(x1), где f – монотонная (строго возрастающая или строго убывающая функция). Пусть для определенности х1 < х2. Тогда из возрастания функции f следует, что f(x1) > f(х2). Таким образом, равенство невозможно.

Свойство 2. Если функция у = f(x) монотонная на множестве Х и сохраняет на этом множестве знак, то функция g(x)= имеет на множестве Х противоположный характер монотонности.

Свойство 3. Пусть f – монотонная функция на множестве Х и f(x) > 0 при всех хХ. Тогда:

1) если функция f возрастает на множестве Х, то функция у= также возрастает на множестве Х;

2) если функция f убывает на множестве Х, то функция у= также убывает на множестве Х.

Доказательство:

Пусть х2> х1 > 0, где х2 , х1  Х. Из курса алгебры известно, что из условия *a* > *b* > 0 следует . Тогда для возрастающей функции из условия f(х2) > f(x1) следует (f(х2))2> (f(x1))2 , то есть функция (f(x))2  возрастает.

Убывание рассматривается аналогично.

Свойство 4. Монотонная функция обратима.

Определение. Функции f и g называются взаимно обратными, если:

1) область определения функции f совпадает с множеством значений функции g;

2) множество значений функции f совпадает с областью определения функции g;

3) у0 = f(x0) тогда и только тогда, когда x0 = g(у0) (для любого x0 из области определения функции f и любого у0 из области определения функции g).

Замечание. Графики взаимно обратных функций симметричны относительно прямой у = х.

4. Разбор задач.

Пример 1. Докажите, что функция у = 7х + 2 возрастает на R.

Решение:

Пусть х2 > х1 . Тогда у2 = 7х2 + 2 и у1 = 7х1 + 2.

Найдем разность у2 - у1 = 7х2 + 2 - 7х1 - 2 = 7(х2 - х1) > 0.

Значит у2 > у1 , то есть функция у возрастает.

Пример 2. Докажите, что функция у = -х3 - 2х убывает на R.

Пример 3. Докажите, что функция у = х4 + 3х возрастает на [0;∞).

Пример 4. Вычислите характер монотонности функции у = .

Решение:

Раскроем модуль по определению:

-2х, если х < -2,

у = 4, если -2  х  2,

2х, если х > 2.

Ясно, что у = 4 – постоянная функция.

Остается выяснить поведение функций у = -2х и у = 2х. Это можно сделать по определению возрастания и убывания (см. пример 1) или можно вспомнить, что линейная функция при k > 0 возрастает, а при k < 0 убывает.

Ответ: у =  убывает на промежутке (-; 2] и возрастает на [2; +∞).

Пример 5. Докажем, что функция f(x) = x3 обратима, и выведем формулу, задающую функцию у = g(x), обратную к f.

Решение:

Сначала докажем, что уравнение f(у) = х при любом значении х имеет единственное решение у. В данном случае это уравнение у3 = х, которое имеет единственное решение у =  при любом х. Поэтому функция f(x) = x3 обратима и обратной к ней является функция g(x) = .

Пример 6. Найдите функцию, обратную функции у = х2 - 4х + 7, где х 

(-∞;2].

Решение:

На промежутке (-∞;2] данная функция убывает. (Докажите самостоятельно).

Для получения формулы функции, обратной данной, заменим переменную х на у, у на х в аналогичном задании функции и из полученной формулы выразим у:

х = у2 - 4у + 7, у2 - 4у + (7 - х) = 0.

Решим квадратное уравнение относительно у.

D1 = 4 - 7 + x = x - 3

у = 2  .

Для того чтобы выбрать знак перед радикалом, обратим внимание на область определения данной в задании функции (-;2]; по определению

обратной функции, этот промежуток – множество значений искомой функции, значит у = 2 - .

Заметим, что нам легко найти множество значений первоначальной функции. Для этого найдем область определения у = 2 - , *D(у):* [3;+). Значит, таково множество значений данной функции.

5. Самостоятельное решение задач.

Задание 1. Для функций, графики которых изображены на рисунках, найдите: а) промежутки возрастания и убывания функции;

б) точки максимума и минимума функции.

у

1

-1 х а)

1

б)

-1 0 1 х рис.11

Задание 2. Существуют ли функции, имеющие симметричную относительно нуля область определения и являющиеся:

а) четными убывающими; б) нечетными убывающими;

в) четными возрастающими; г) нечетными возрастающими.

Приведите примеры.

Задание 3.

Постройте график функции, которая бы возрастала на [-5;-3]; [-2;2] и [3;5] и убывала на [-3;-2] и [2;3].

Задание 4.

Функции f и g возрастает на промежутке Х. Верно ли, что функции: а) f + g, f2 возрастает на Х? б) - f,  убывает на Х?

Задание 7. Используя определения возрастания и убывания функции на промежутке докажите, что функция:

а) у =  убывает на (-∞;-0,5);

б) у = х3 - 3х возрастает на [1;+∞).

Задание 8. Найдите промежутки возрастания и убывания, точки максимума и точки минимума функции.

а) у = - х2 + 6х - 8; б) у = .

Задание 9.

Найдите функцию, обратную данной. Укажите область определения и область значений обратной функции. Постройте графики данной и обратной функции в одной системе координат.

а) у = 2х + 1; б) у = ; в) у = 2х2 (х  0); г) у = .

Задание 10. Функция задана с помощью пар:

а) (1;8), (3;26), (2;13), (5;48), (4;30); б) (3;10), (4;20), (5;10).

6. Домашнее задание.

Предлагается на выбор выполнить следующие задания:

1. Функция f является возрастающей и *D(f) = R*. Может ли она быть:

а) всюду положительной;

б) всюду отрицательной.

Приведите графические примеры.

2. Найдите область определения функции:

а) у = ; б) у = .

3. Составьте примеры обратимых функций, постройте графики функций, обратных обратимым.

7. Оценка.

**Занятие 6**

**Исследование функции элементарными способами**

Цель: составить схему исследования функции, исследовать по схеме элементарные функции.

Ход занятия

1. Проверка домашнего задания.

Учитель до занятия собирает выполненные задания, просматривает их. Выбирает трех учащихся, которые наиболее удачно справились с заданиями. Для проверки домашней работы применяется прием «приемная комиссия». 2. Актуализация знаний.

Игра в карты.

Работа в парах: каждой паре предлагается по 7 карт, на которых записаны вопросы, по теме «Свойства функции».

Первый игрок выбрасывает карту-вопрос, второй игрок должен ответить на него. Если второй игрок не отвечает, то первый игрок забирает карту снова, ей можно ходить еще один раз. В случае, если второй игрок снова не отвечает, то отвечать может первый.

Если второй игрок ответил, то карту он забирает себе (но ходить ею нельзя). Выигрывает тот игрок у кого больше окажется карт-вопросов, на которые он дал ответ.

Дайте определения четной функции.

Дайте определение области значения функции.

Найдите нули функции

у = 

Дайте определение нечетной функции

Является ли четной или нечетной функция:

у = ?

Начертите график нечетной функции

Начертите график какой-либо функции с областью определения [-3;4] так, чтобы эта функция:

возрастала на промежутке [-3;0] и убывала в промежутке [0;4].

Начертить график четной функции.

Вычислите координаты точек пересечения графика функции

у = 4х2 - 4 с осями координат.

у

1

-1 1 х

Укажите промежутки возрастания графика функции.

у

1

-1 0 1 х

Укажите промежутки убывания. Назовите точки минимума, максимуму.

у

1

-1 0 1 х

Укажите промежуток, на котором функция принимает отрицательное значение.

Дайте определение области определения функции.

Составь свой вопрос

Составьте вопрос, который позволил бы проверить умение пользоваться свойствами четных, нечетных функций.

3. Самостоятельная работа.

Тест (приложение 6)

4. Изучение нового материала.

У: Тем большей информацией мы владеем об том или ином объекте, явлении, тем лучше мы его представляем, практичнее, рациональнее используем его свойства. Возьмем, например, человека.

В: Знание какой информации, нам позволит его быстрее найти.

О:

|  |  |
| --- | --- |
| Поиск человека |  |
| Ф.И.О., адрес, пол, год рождения,  место работы, номер телефона, образование |  |

В: Какой информацией, вам бы хотелось бы владеть, чтобы построить график функции?

О:

|  |  |
| --- | --- |
| Поиск человека | Построение графика функции |
| Ф.И.О., адрес, пол, год рождения,  место работы, номер телефона, образование | 1Название функции (формула), 2область определения, область значения функции; 5четность (нечетность) функции,  3Нули функции, 5промежутки, в которых функция принимает положительные (отрицательные) значения, 5промежутки возрастания (убывания), 4точки максимума и минимума |

В: Таким образом, чем больше информации (свойств), тем результат будет быстрее. Если же у вас есть все эти свойства, в какой последовательности вы будите ими пользоваться? Попробуйте составить схему исследования функции.

О: (По возможности все схемы поместить на доску). Каждый учащийся защищает предложенную схему, указывая по какому критерию, она составлялась.

О:

1. Найти область определения и значений данной функции f.

2. Выяснить четность (нечетность) функции.

3. Вычислить координаты точек пересечения графика с осями координат.

4. Найти промежутки знакопостоянства функции.

5. Найти промежутки возрастания и убывания функции.

6. Найти точки минимума, максимума.

7. Исследовать поведение функции f в окрестности характерных точек, не входящих в область определения, и при больших (по модулю) значениях аргумента.

5. Самостоятельное решение заданий.

Пример 1. Исследовать функцию f(x) = .

(С комментирование одного из учеников).

Задание 1. Найти область определения функции и множество значений функции:

а) у = ; б) у = ; в) у = ; г) у = .

Задание 2. Является ли четной или нечетной функция:

а) у = ; б) у = х9 - х7 - 5; в) у = ; г) у = .

Задание 3. Найдите координаты точек пересечения графика с осями координат и промежутки знакопостоянства.

а) у = ; б) у = .

Задание 4. Проведите по общей схеме исследование функции, заданной графиком функции а) у = ; б) у = .

Задание 5. Проведите по общей схеме исследование функции, заданной графиком.

у

1

-1 0 1 а)

у

1

-1 0 1 х

б)

у

1

в)

-1 0 1 х

рис.12

Задание 6. Проведите исследование функции.

а) у = 5 - 2х; б) у = 3 - 2х - х2; в) у = ; г) у = .

6. Итог.

Планирование дальнейшей работы.

У: Следующая тема нашего курса «Геометрические преобразования графика функции». В данной теме мы должны разобраться с такими вопросами, как параллельный перенос, растяжение и сжатие; отображение от осей.

В: Какие вопросы вам уже знакомы?

О:

В: На каких вопросах нужно будет подробнее остановиться?

О:

В: В какой форме лучше провести данные занятия?

О:

7. Домашнее задание.

У: Следующее занятие пройдет в форме практической работы на компьютерах, чтобы быть успешными в будущей деятельности, необходимо повторить материал по теме: «Преобразование графиков функции».

8. Оценка.

**Занятие 7**

**Геометрические преобразования графиков функции: параллельный перенос, растяжение и сжатие**

Цель: обобщить и углубить знания о простейших преобразований для построения довольно сложных графиков.

Форма: практическая работа на компьютерах.

Ход занятия

1. Изучение нового материала.

Изучение нового материала можно провести дифференцированным способом. Тем учащимся, у которых нет вопросов по выполнению рассматриваемых преобразований, можно предложить самостоятельно выполнить задания презентации (приложение 6).

Те, кто не совсем разобрались, работают вместе с учителем, комментируя, выполнение каждого задания.

У: Необходимо выполнить задания, предложенные в презентации, по мере выполнения вы должны в тетрадях отразить правила, на каждый тип преобразования. Затем в практическом приложении к данной презентации выполняете построение графиков путем рассмотренных преобразований.

2. Практическая работа на компьютере.

Выполненные задания необходимо продемонстрировать своим одноклассникам и выполнить проверку правильности выполнения построений.

Варианты заданий:

1. Зная график функции у = , постройте у = +3.

2. Зная график функции у = х3 , постройте у = х3 - 1.

3. Зная график функции у = f(x) рис.13, постройте график у = f(x) +1.

рис.13

4. Построить график функции у = .

5. Постройте график функции у = 3х -2 и, используя его, постройте график в этой же системе координат у = -3х - 2.

6. Постройте график у = .

7. Постройте график у = х2 - 2х+1.

8. Постройте график функции у = 3.

9. Постройте график функции у = 2+.

10. Постройте график функции: у = .

3. Презентация выполненных заданий в парах.

4. Домашнее задание.

а) составить несколько заданий по теме, выполнить построение графиков. Оформить задание в виде презентации.

б) обобщить предложенные правила в виде таблицы, схемы и т. д.

5. Оценка.

В: Как меняется успех класса?

О:

В: Что на это влияет?

О:

**Занятие 8**

**Геометрические преобразования графиков функции: отображение от осей координат**

Цель: закрепить знания о геометрических преобразованиях, научиться применять их к построению графиков с модулями.

Ход занятия

1. Проверка домашней работы.

Презентация подготовленных заданий.

Представление подготовленных схем, таблиц (возможное использование при практической работе).

2. Изучение нового материала (с использованием видео проектора)

(приложение 6)

3. Практическое выполнение заданий.

Задания выполняются на основе приема «смена мест». Банк заданий предложен в приложении 1.

4. Домашнее задание.

Подобрать в учебнике, сборниках для экзаменов (9 или 11 классов) задания по данной теме, решить их; составить самостоятельно задания на разные способы решения уравнений.

5. Оценка.

**Занятие 9**

**Функционально-графический метод решения уравнений**

Цель: закрепить знания и умения по исследованию функции и построению графиков в практической ситуации при решении уравнений.

Ход занятия

1. Проверка домашнего задания.

У: Какие задания на построения графиков функции вам удалось подобрать? Какие из них содержат интересные способы решения, которые необходимо рассмотреть.

О:

У: Какие способы решения уравнений вам удалось вспомнить, обобщить?

О: Линейные уравнения, квадратные уравнения, решаемые по формуле дискриминанта, неполные квадратные уравнения, биквадратные уравнения, решаемые введением новой переменной, уравнения третье степени, решаемые разложением на множители, графический способ.

2. Изучение нового материала.

В: Остановимся подробнее на последнем способе.

Расскажите алгоритм решения уравнений графическим способом.

О: Выделяем функции графики, которых можем построить.

Строим графики, выделенных функций.

Находим точки пресечения графиков функций.

Записываем ответ.

У: Решите уравнение:

.

О: Комментирование ученика

Решение:

Выделим функции, графики которых можно построить:

 = 8 - 1,5х.

Строим в одной системе координат графики функций: у =  и

у = 8 - 1,5х.

Графики пересекаются в точке (4;2). Следовательно, корень данного уравнения х =

у

у = 8 - 1,5х

у = 

1

-1 0 1 х

У: Итак, для того чтобы решить уравнение с одним неизвестным графическим способом, нужно, перенося все его члены в левую часть, представить это уравнение в виде f(x) = 0. После этого необходимо построить график функции y = f(x). Абсциссы точек пересечения или

касания этого графика с осью *х* равны корням исходного уравнения. Если таких точек нет, то уравнение не имеет решений.

В ряде случаев при решении уравнений с одним неизвестным целесообразнее воспользоваться другим способом. Для этого уравнения записывается в виде f1(x) = f2(x) и заменяется системой

у = f1(x),

у = f2(x), решаемой графически. Абсциссы точек пересечения или касания графиков f1(x) и f2(x) равны корням исходного уравнения.

У: Сегодня мы познакомимся с новыми способами решения уравнений функционально-графическим методом.

Удалось ли вам обнаружить новые способы?

О: Предлагают ученики или же учитель.

1. Если, например, одна из функций у = f(x), у = g(x) возрастает, а другая убывает, то уравнение f(x) = g(x) либо не имеет корней, либо имеет один корень, который иногда можно угадать.

2. Если на промежутке *Х* наибольшее значение одной из функций у = f(x), у = g(x) равно *А* и наименьшее значение другой функции тоже равно А, то уравнение *f(x) = g(x)* равносильно системе *f(x) = A*

*g(x) = A.*

У: Определите к какому из способов относится решение каждого из уравнений: а) 1 - х3 = , б) х7 + 5х - 12 = 0, в) (х -1)2 = -|x - 1|, г) нечетная функция у = f(x) определена на всей числовой прямой. Для всякого неположительного значения переменной х значение этой функции совпадает со значением функции g(x) = х(х+1)(5х - 2)(2х - 3). Сколько корней имеет уравнение f(x) = 0?

Решение проходит самостоятельно. Со слабыми учениками работает учитель вместе. Один из них комментирует решение.

3. Решение задач.

Используя прием «вопрос-помощник»

У: Перед вами 2 группы заданий, каждый из вас выбирает ту группу, с которой вы можете справиться.

1группа: 1. Построить график функции:

а) |y| = - x2 + 4x; б) у = х2 + 4|x| - 5; в) .

2. Решите уравнения:

а) х2 + х3 = 0; б)3х3 + 2х = 4 + (2 - х)3; в) .

2 группа:

1. Построить график функции:

а)у =  б) у = |x2- 4x|.

2. Решите уравнения: а) у = |x - 2| + |2x + 6| - |4 - x|;

б)3 - х2 = , в) (х - 1) = - |x - 1|.

Затем учащиеся, выполнившие задания 2-ой группы переходят к выполнению более сложных заданий. Учащиеся, которые выполнили задания 1-ой группы, переходят ко 2-ой. Если же при выполнении 2-ой группы заданий возникнут сложности, то можно предложить учащимся:

Приблизительные вопросы:

1. Сформулируй, чем отличается это задания от предыдущего.

2. Есть ли общие шаги в решении. Назови их.

3. На каком шаге ты остановился. Почему он не подходит.

4. Сформулируй трудность, которая возникла (при формулировке трудности должно прозвучать, какое новое понятие, алгоритм появился в данном уравнении по сравнению с предыдущим).

5. Сформулируй правило (алгоритм), которое здесь требуется применить.

6. Перечисли каждый шаг решения.

7. Проверь свой вывод на практике.

Банк заданий:

Задание 1.

Решите уравнение:

а) х2 +  - 2 = 0; б) х2 - 2х -  = 0 в) х3 + х2 +6х + 9 = 0.

Задание 2.

Решите уравнение:

а) 3х3 + 2х = 4 +(2 - х)3; б) ;

Задание 3.

Решите уравнение:

а) |x| + 1; б)  х2 + 3.

Задание 4.

Известно, что уравнение f(x) = 21, где f(x) – четная функция, область определения которой – множество действительных чисел, имеет пять корней. Докажите, что среди корней есть число 0.

Задание 5.

Решите графически систему уравнений:

у = (х-2)2 + у2 = 9,

х2 - 4х +4.

Задание 6.

Изобразите графики уравнений, определите, имеет ли решения система уравнений и сколько:

(х +3)2 + (у +4)2 = 1, у = |x|,

(х -2)2 + (у - 1)2 = 4.  - у =0.

Задание 7.

Сколько решений может иметь система уравнений

х2 + у2 = r2,

у = -х2 + 4?

Задание 8.

При каких значениях m система уравнений

х2 + у2 = 5,

х - у = m .

имеет: а) одно решение; б) два решения?

4. Домашнее задание.

Подготовиться к зачетному занятию.

5. Оценка.

**Занятие 10**

**Функция: просто, интересно, сложно**

Форма занятия: исследовательская деятельность учащихся

Цель: вовлечь учащихся в творческую, коммуникативную деятельность; создать ситуацию успеха в процессе демонстрации знаний, умений и навыков через исследовательскую деятельность.

Ход занятий

1. Вступительное слово учителя.

У: Главная цель сегодняшнего занятия – это демонстрация вашего успеха через показ подготовленных проектов. На первом занятии вы получили задание, которое должны были подготовить.

Сейчас каждый из вас отдельно или в группе представит всем свои исследования, наработки. Каждый слушатель может делать заметки, задавать вопросы по выступлению. В конце нам нужно будет оценить все проекты по следующим критериям:

- самые интересные задания;

- самый красивый рисунок;

- самое оригинальное решение;

- самый интересный подбор теоретического материала;

- самый подробный вывод;

- самое яркое выступление;

- самое интересное открытие;

- самый нестандартный подход и т. д.

2. Выступление учащихся.

3. Оценка работ.

На против каждой номинации, появляется фамилия выступающего. При этом учащиеся обязательно аргументируют свои предложения.

У: Мы просмотрели все работы. Какая работа оказала на вас огромное впечатление? Почему?

Что полезного вы узнали?

Что вы возьмете себе в копилку?

Какие оценки вы бы поставили своим товарищам?

Выставление работ на стенд.

Обобщения учите

**Занятие 11**

**Функция: просто, сложно, интересно**

Цель: помочь ребятам осознать свои возможности в обучении по направлениям, связанным с математикой.

На этом занятии надо принять зачеты у ребят, еще их не получивших. Провести проверку знаний (тестирование), анкетирование. Выслушать замечания и пожелания по проведению курса.

Ход занятия

1. Заключительное тестирование.

Варианты тестов представлены в приложении 2.

2. Выступление учащихся, которые еще не получили зачет.

Повторное выступление с интересными сообщениями.

3. Анкетирование.

(Анкета представлена в приложении 4)

4. Пожелания.

У: Давайте посмотрим, как менялся график успеха класса (можно проанализировать отдельных учеников) в течение курса. От чего это зависело?

Что особенно понравилось? Повлиял ли курс на ваши представления, взгляды?

Что кажется не удачным? Как можно было сделать лучше для достижения успеха?

Какие бы вы дали пожелания для организации курса, для своих одноклассников, для себя?

5. Итог.

Обобщения учителя по всему сказанному.